

Représentations irréductibles de \mathfrak{A}_5

1 Principe

D'après ce qui est expliqué dans le chapitre 5 de [FH91], on les calcule d'après les représentations de \mathfrak{S}_5 , qui sont elles-mêmes paramétrées par les partitions de $\{1, \dots, 5\}$ et qui sont calculées par Magma.

Deux cas se produisent, c'est ce qu'explique la Proposition 5.1 du même livre ; on part de ρ une représentation de \mathfrak{S}_n . S'il existe une permutation $\sigma \notin \mathfrak{A}_n$ telle que $\chi_\rho(\sigma) = \text{Tr}(\rho(g)) \neq 0$, alors la représentation restreinte $\rho|_{\mathfrak{A}_n}$ est irréductible. Sinon, elle est réductible et s'écrit $\rho_1 \oplus \rho_2$ où ρ_1 et ρ_2 sont conjuguées par une permutation impaire (donc, au-dessus de \mathfrak{S}_5). Toutes les représentations irréductibles s'obtiennent ainsi.

Au final, on trouve cinq représentations irréductibles, dont quatre sont fidèles.

2 Partition de type [5]

C'est la représentation triviale ! Elle n'est pas fidèle !

3 Partition de type $[4, 1]$

À l'aide Magma, on vérifie que la représentation $\rho_{[4,1]}$ admet des permutations impaires σ qui vérifient $\chi_{[4,1]}(\sigma) \neq 0$.

Ainsi, la représentation restreinte est irréductible. On vérifie avec le caractère qu'elle est fidèle.

3.1 Identité

σ	Id
$\rho_{[4,1]}(\sigma)$	$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$
$\chi_{[4,1]}(\sigma)$	4

3.2 Double-transpositions

σ	(14)(35)	(13)(25)	(12)(34)
$\rho_{[4,1]}(\sigma)$	$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -1 & -1 & -1 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ -1 & -1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -1 & -1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$
$\chi_{[4,1]}(\sigma)$	0	0	0

σ	(14)(25)	(24)(35)	(23)(45)
$\rho_{[4,1]}(\sigma)$	$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & -1 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$
$\chi_{[4,1]}(\sigma)$	0	0	0

σ	(12)(45)	(13)(24)	(15)(23)
$\rho_{[4,1]}(\sigma)$	$\begin{pmatrix} -1 & -1 & -1 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & -1 & -1 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & -1 & -1 & -1 \end{pmatrix}$
$\chi_{[4,1]}(\sigma)$	0	0	0

σ	(15)(34)	(25)(34)	(12)(35)
$\rho_{[4,1]}(\sigma)$	$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & -1 & -1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -1 & -1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$
$\chi_{[4,1]}(\sigma)$	0	0	0

σ	(15)(24)	(13)(45)	(14)(23)
$\rho_{[4,1]}(\sigma)$	$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & -1 & -1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$
$\chi_{[4,1]}(\sigma)$	0	0	0

3.3 3-cycles

σ	(243)	(125)	(234)
$\rho_{[4,1]}(\sigma)$	$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -1 & -1 & -1 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$
$\chi_{[4,1]}(\sigma)$	1	1	1

σ	(154)	(254)	(135)
$\rho_{[4,1]}(\sigma)$	$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -1 & -1 & -1 & -1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$
$\chi_{[4,1]}(\sigma)$	1	1	1

σ	(354)	(123)	(132)
$\rho_{[4,1]}(\sigma)$	$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -1 & -1 & -1 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$
$\chi_{[4,1]}(\sigma)$	1	1	1

σ	(145)	(124)	(153)
$\rho_{[4,1]}(\sigma)$	$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -1 & -1 & -1 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & -1 & -1 & -1 \end{pmatrix}$
$\chi_{[4,1]}(\sigma)$	1	1	1

σ	(253)	(134)	(345)
$\rho_{[4,1]}(\sigma)$	$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & -1 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$
$\chi_{[4,1]}(\sigma)$	1	1	1

σ	(152)	(245)	(143)
$\rho_{[4,1]}(\sigma)$	$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & -1 & -1 & -1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & -1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$
$\chi_{[4,1]}(\sigma)$	1	1	1

σ	(235)	(142)
$\rho_{[4,1]}(\sigma)$	$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$
$\chi_{[4,1]}(\sigma)$	1	1

3.4 5-cycles

σ	(12345)	(15432)	(13524)
$\rho_{[4,1]}(\sigma)$	$\begin{pmatrix} -1 & -1 & -1 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -1 & -1 & -1 & -1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ -1 & -1 & -1 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$
$\chi_{[4,1]}(\sigma)$	-1	-1	-1

σ	(14253)	(15423)	(13452)
$\rho_{[4,1]}(\sigma)$	$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -1 & -1 & -1 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -1 & -1 & -1 & -1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ -1 & -1 & -1 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$
$\chi_{[4,1]}(\sigma)$	-1	-1	-1

σ	(12435)	(14532)	(15324)
$\rho_{[4,1]}(\sigma)$	$\begin{pmatrix} -1 & -1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -1 & -1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & -1 & -1 \end{pmatrix}$
$\chi_{[4,1]}(\sigma)$	-1	-1	-1

σ	(14523)	(15342)	(13245)
$\rho_{[4,1]}(\sigma)$	$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & -1 & -1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & -1 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$
$\chi_{[4,1]}(\sigma)$	-1	-1	-1

σ	(12543)	(15234)	(13425)
$\rho_{[4,1]}(\sigma)$	$\begin{pmatrix} -1 & -1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & -1 & -1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & -1 & -1 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$
$\chi_{[4,1]}(\sigma)$	-1	-1	-1

σ	(14352)	(15243)	(14235)
$\rho_{[4,1]}(\sigma)$	$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & -1 & -1 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & -1 & -1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & -1 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$
$\chi_{[4,1]}(\sigma)$	-1	-1	-1

σ	(12354)	(14325)	(12534)
$\rho_{[4,1]}(\sigma)$	$\begin{pmatrix} -1 & -1 & -1 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & -1 & -1 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -1 & -1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$
$\chi_{[4,1]}(\sigma)$	-1	-1	-1

σ	(13542)	(12453)	(13254)
$\rho_{[4,1]}(\sigma)$	$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & -1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -1 & -1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$
$\chi_{[4,1]}(\sigma)$	-1	-1	-1

4 Partition de type $[3, 2]$

Le fait que le degré de $\rho_{[3,2]}$ soit impair impose qu'elle soit irréductible. On vérifie avec le caractère associé qu'elle est fidèle.

4.1 Identité

σ	Id
$\rho_{[3,2]}(\sigma)$	$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$
$\chi_{[3,2]}(\sigma)$	5

4.2 Double-transpositions

σ	(14)(35)	(13)(25)	(12)(34)
$\rho_{[3,2]}(\sigma)$	$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & -1 & -1 \\ -1 & -1 & -1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$
$\chi_{[3,2]}(\sigma)$	1	1	1

σ	(14)(25)	(24)(35)	(23)(45)
$\rho_{[3,2]}(\sigma)$	$\begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & -1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 & -1 & -1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & -1 & -1 & -1 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$
$\chi_{[3,2]}(\sigma)$	1	1	1

σ	(12)(45)	(13)(24)	(15)(23)
$\rho_{[3,2]}(\sigma)$	$\begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$
$\chi_{[3,2]}(\sigma)$	1	1	1

σ	(15)(34)	(25)(34)	(12)(35)
$\rho_{[3,2]}(\sigma)$	$\begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -1 & -1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ -1 & -1 & -1 & -1 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$
$\chi_{[3,2]}(\sigma)$	1	1	1

σ	(15)(24)	(13)(45)	(14)(23)
$\rho_{[3,2]}(\sigma)$	$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & -1 & -1 & -1 & 0 \\ -1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & -1 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ -1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -1 & -1 \end{pmatrix}$
$\chi_{[3,2]}(\sigma)$	1	1	1

4.3 3-cycles

σ	(243)	(125)	(234)
$\rho_{[3,2]}(\sigma)$	$\begin{pmatrix} -1 & -1 & 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & -1 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & -1 & -1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$
$\chi_{[3,2]}(\sigma)$	-1	-1	-1

σ	(154)	(254)	(135)
$\rho_{[3,2]}(\sigma)$	$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -1 & -1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ -1 & -1 & -1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & -1 \\ -1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & -1 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$
$\chi_{[3,2]}(\sigma)$	-1	-1	-1

σ	(354)	(123)	(132)
$\rho_{[3,2]}(\sigma)$	$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ -1 & -1 & -1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -1 & -1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ -1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$
$\chi_{[3,2]}(\sigma)$	-1	-1	-1

σ	(145)	(124)	(153)
$\rho_{[3,2]}(\sigma)$	$\begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & -1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & -1 & -1 \\ -1 & -1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$
$\chi_{[3,2]}(\sigma)$	-1	-1	-1

σ	(253)	(134)	(345)
$\rho_{[3,2]}(\sigma)$	$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ -1 & -1 & -1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -1 & -1 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -1 & 0 & -1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$
$\chi_{[3,2]}(\sigma)$	-1	-1	-1

σ	(152)	(245)	(143)
$\rho_{[3,2]}(\sigma)$	$\begin{pmatrix} -1 & -1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -1 & -1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & -1 \\ -1 & -1 & -1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & -1 & -1 \end{pmatrix}$
$\chi_{[3,2]}(\sigma)$	-1	-1	-1

σ	(235)	(142)
$\rho_{[3,2]}(\sigma)$	$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & -1 & -1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -1 & -1 & -1 & -1 & -1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -1 & -1 \end{pmatrix}$
$\chi_{[3,2]}(\sigma)$	-1	-1

4.4 5-cycles

σ	(12345)	(15432)	(13524)
$\rho_{[3,2]}(\sigma)$	$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & -1 & -1 & 0 \\ -1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -1 & -1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -1 & -1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & -1 & -1 & 0 \end{pmatrix}$
$\chi_{[3,2]}(\sigma)$	0	0	0

σ	(14253)	(15423)	(13452)
$\rho_{[3,2]}(\sigma)$	$\begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & -1 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & -1 & -1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ -1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$
$\chi_{[3,2]}(\sigma)$	0	0	0

σ	(12435)	(14532)	(15324)
$\rho_{[3,2]}(\sigma)$	$\begin{pmatrix} -1 & 0 & -1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & -1 & -1 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -1 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ -1 & -1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -1 & 0 & -1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -1 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$
$\chi_{[3,2]}(\sigma)$	0	0	0

σ	(14523)	(15342)	(13245)
$\rho_{[3,2]}(\sigma)$	$\begin{pmatrix} -1 & -1 & -1 & -1 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ -1 & -1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -1 & -1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 & -1 & -1 & -1 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$
$\chi_{[3,2]}(\sigma)$	0	0	0

σ	(12543)	(15234)	(13425)
$\rho_{[3,2]}(\sigma)$	$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ -1 & -1 & -1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -1 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -1 & 0 & -1 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & -1 & -1 & 0 \end{pmatrix}$
$\chi_{[3,2]}(\sigma)$	0	0	0

σ	(14352)	(15243)	(14235)
$\rho_{[3,2]}(\sigma)$	$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 & -1 \\ -1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & -1 & -1 \\ -1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & -1 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$
$\chi_{[3,2]}(\sigma)$	0	0	0

σ	(12354)	(14325)	(12534)
$\rho_{[3,2]}(\sigma)$	$\begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & -1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & -1 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & -1 & -1 & 0 \end{pmatrix}$
$\chi_{[3,2]}(\sigma)$	0	0	0

σ	(13542)	(12453)	(13254)
$\rho_{[3,2]}(\sigma)$	$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & -1 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -1 & -1 \\ -1 & -1 & -1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$
$\chi_{[3,2]}(\sigma)$	0	0	0

5 Partition de type $[3, 1, 1]$

À l'aide Magma, on vérifie que la représentation $\rho_{[3,1,1]}$ vérifie :

$$\forall \sigma \notin \mathfrak{A}_5, \quad \chi_{[3,1,1]}(\sigma) = 0.$$

La représentation restreinte est donc *réductible*.

5.1 Calcul d'une base de diagonalisation par blocs

Toujours d'après la proposition 5.1 de [FH91], on sait que la représentation restreinte de $\rho_{[3,1,1]}$ est, dans ce cas, somme directe de deux représentations conjuguées (mais au-dessus de \mathfrak{S}_5). On cherche donc deux sous-espaces supplémentaires \mathfrak{A}_5 -invariants, de même dimension.

Pour ce faire, on va d'abord chercher les sous-espaces invariants sous-l'action d'un élément du groupe. On choisit de considérer l'opérateur

$$M_1 := \rho_{[3,1,1]}(1235) = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & -1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

À l'aide Maple, on calcule ses valeurs propres et ses vecteurs propres. On trouve quatre valeurs propres simples, les quatre racines 5èmes primitives de l'unité, $\{\xi^k\}_{k=1,\dots,4}$ pour $\xi = e^{\frac{2i\pi}{5}}$ et une valeur propre double, 1.

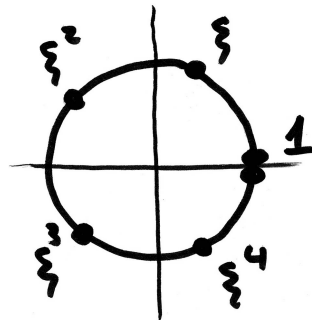


FIG. 1 – Les valeurs propres de M_1 .

Les vecteurs propres correspondants sont :

– pour la valeur propre $x = \xi^k$, le vecteur propre :

$$v_k = \begin{pmatrix} x^2 \\ 1 + x^3 \\ x \\ -x^2 - 1 \\ -x - x^3 - 1 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

– pour la valeur propre 1, deux vecteurs propres :

$$e_1 = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 0 \\ 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad e_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

On cherche deux sous-espaces invariants par M_1 , qui soient relativement symétriques l'un par rapport à l'autre (cela mériterait d'être précisé mathématiquement : il faudrait étudier, quand $H \triangleleft G$, la symétrie entre une représentation de H et ses conjugués au-dessus de G ...). Il est donc naturel, dans ce cas, de tester les sous-espaces suivants, qui correspondent respectivement aux valeurs propres « au-dessus de l'axe des réels » et aux valeurs propres en-dessous :

$$E_{>0} = \mathbf{C}v_1 \oplus \mathbf{C}v_4 \oplus \mathbf{C}e_{>0}$$

$$E_{<0} = \mathbf{C}v_2 \oplus \mathbf{C}v_3 \oplus \mathbf{C}e_{<0}$$

en notant

$$e_{>0} = \lambda_{>0}e_1 + e_2$$

$$e_{<0} = \lambda_{<0}e_1 + e_2$$

et où les constantes $\lambda_{>0}$ et $\lambda_{<0}$ sont à déterminer.

Les espaces $E_{<0}$ et $E_{>0}$ sont évidemment invariants par M_1 : on cherche donc des constantes $\lambda_{>0}$ et $\lambda_{<0}$ qui fassent de $E_{>0}$ et $E_{<0}$ des espaces invariants par tous les opérateurs $\rho_{[3,1,1]}(\sigma)$ avec $\sigma \in \mathfrak{A}_5$. En particulier, on cherche de telles constantes pour que les espaces $E_{>0}$ et $E_{<0}$ soient laissés stables par

$$M_2 = \rho_{[3,1,1]}(13245) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & -1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Pour ce faire, on calcule l'image par M_2 de v_1 . On trouve :

$$M_2 \cdot v_1 = \begin{pmatrix} \xi^3 \\ -\xi - \xi^3 \\ 1 + \xi^3 \\ 1 + \xi + \xi^2 + \xi^3 \\ -1 - \xi^2 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

On cherche alors une condition pour que la matrice T , formée des quatre vecteurs $e_{>0}, v_1, v_4$ et $M_2 \cdot v_1$ soit de rang 3. On a

$$T = \begin{pmatrix} 1 & \xi^2 & \xi^3 & \xi^3 \\ -\lambda_{>0} & 1 + \xi^3 & \xi^2 + 1 & -\xi^3 - \xi \\ 1 & \xi & -1 - \xi^3 - \xi^2 - \xi & 1 + \xi^3 \\ \lambda_{>0} & -\xi^2 - 1 & -1 - \xi^3 & 1 + \xi^3 + \xi^2 + \xi \\ -\lambda_{>0} & -\xi^3 - \xi - 1 & \xi(\xi^2 + 1) & -\xi^2 - 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

Une condition suffisante pour que le rang de T ne soit pas 4 est que son *premier* mineur de taille 4 soit de déterminant nul. On calcule donc (toujours à l'aide de Maple)

$$\begin{aligned} f &= \det \begin{pmatrix} 1 & \xi^2 & \xi^3 & \xi^3 \\ -\lambda_{>0} & 1 + \xi^3 & \xi^2 + 1 & -\xi^3 - \xi \\ 1 & \xi & -1 - \xi^3 - \xi^2 - \xi & 1 + \xi^3 \\ \lambda_{>0} & -\xi^2 - 1 & -1 - \xi^3 & 1 + \xi^3 + \xi^2 + \xi \end{pmatrix} \\ &= (-1 + 2\xi - 2\xi^2 + \xi^3)\lambda_{>0} + (1 - \xi^3) \end{aligned}$$

On choisit donc de prendre

$$\lambda_{>0} = \frac{-1 + \xi^3}{-1 + 2\xi - 2\xi^2 + \xi^3}$$

et on vérifie que pour cette valeur les autres vecteurs de $E_{>0}$ sont restés dans $E_{>0}$ après application de l'opérateur M_2 .

Finalement, on pose :

$$E_{>0} = \mathbf{C} \begin{pmatrix} \xi^2 \\ 1 + \xi^3 \\ \xi \\ -1 - \xi^2 \\ -1 - \xi - \xi^3 \\ 1 \end{pmatrix} \oplus \mathbf{C} \begin{pmatrix} \xi^3 \\ 1 + \xi^2 \\ -1 - \xi - \xi^2 - \xi^3 \\ -1 - \xi^3 \\ \xi + \xi^3 \\ 1 \end{pmatrix} \oplus \mathbf{C} \begin{pmatrix} -1 + 2\xi - 2\xi^2 + \xi^3 \\ 1 - \xi^3 \\ -1 + 2\xi - 2\xi^2 + \xi^3 \\ -1 + \xi^3 \\ 1 - \xi^3 \\ -1 + 2\xi - 2\xi^2 + \xi^3 \end{pmatrix}.$$

Pour trouver le bon coefficient $\lambda_{<0}$, on procède différemment. Vu qu'il ne reste qu'un coefficient inconnu, on exprime l'opérateur M_2 dans la nouvelle base (dont le dernier vecteur contient l'inconnue $\lambda_{<0}$) en calculant — à l'aide de Maple — « $P^{-1}M_2P$ » ; on obtient une matrice dont les coefficients du bloc 3 – 3 en haut à droite ne sont pas tous nuls ; on impose que ces coefficients soient nuls, *ie* que la forme de cette matrice soit diagonale par blocs. On obtient :

$$\lambda_{<0} = \frac{1 + \xi^2 + \xi^3}{-1 + \xi^2 + \xi^3}$$

et donc on pose

$$E_{<0} = \mathbf{C} \begin{pmatrix} -1 - \xi - \xi^2 - \xi^3 \\ 1 + \xi \\ \xi^2 \\ \xi + \xi^2 + \xi^3 \\ -1 - \xi - \xi^2 \\ 1 \end{pmatrix} \oplus \mathbf{C} \begin{pmatrix} \xi \\ -\xi - \xi^2 - \xi^3 \\ \xi^3 \\ -1 - \xi \\ \xi + \xi^2 \\ 1 \end{pmatrix} \oplus \mathbf{C} \begin{pmatrix} -1 + \xi^2 + \xi^3 \\ -1 - \xi^2 - \xi^3 \\ -1 + \xi^2 + \xi^3 \\ 1 + \xi^2 + \xi^3 \\ -1 - \xi^2 - \xi^3 \\ -1 + \xi^2 + \xi^3 \end{pmatrix}$$

On vérifie dans Magma que cette nouvelle base diagonalise par blocs la représentation $\rho_{[3,1,1]}$ restreinte à \mathfrak{A}_5 .

5.2 Restriction à l'espace invariant $E_{>0}$

On obtient une représentation irréductible non encore trouvée (toujours d'après la proposition 5.1 de [FH91], qui classe les représentations irréductibles d'un sous-groupe d'ordre 2), ce qu'on peut d'ailleurs vérifier avec le caractère. De même, on vérifie que la représentation obtenue est fidèle.

5.2.1 Identité

σ	Id
$\rho_{[3,1,1]}(\sigma)$	$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$
$\chi_{[3,1,1]}(\sigma)$	3

5.2.2 Double-transpositions

σ	(14)(35)	(13)(25)
$\rho_{[3,1,1]}(\sigma)$	$\begin{pmatrix} \frac{-\xi^3-\xi^2-3}{5} & \frac{-\xi^3-\xi^2+2}{5} & \frac{-4\xi^3+2\xi^2-2\xi+4}{5} \\ \frac{-\xi^3-\xi^2+2}{5} & \frac{-\xi^3-\xi^2-3}{5} & \frac{-4\xi^3+2\xi^2-2\xi+4}{5} \\ \frac{-\xi^{\frac{3}{5}}+1}{5} & \frac{-\xi^{\frac{3}{5}}+1}{5} & \frac{2\xi^3+2\xi^2+1}{5} \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} \frac{-\xi^3-\xi^2-3}{5} & \frac{-2\xi^3-3\xi^2-3\xi-2}{5} & \frac{-4\xi^3+2\xi^2-2\xi-6}{5} \\ \frac{\xi^2+3\xi+1}{5} & \frac{-\xi^3-\xi^2-3}{5} & \frac{6\xi^3+2\xi^2-2\xi+4}{5} \\ \frac{\xi^3-1}{5} & \frac{\xi^3+2\xi^{\frac{3}{5}}+\xi+1}{5} & \frac{2\xi^3+2\xi^2+1}{5} \end{pmatrix}$
$\chi_{[3,1,1]}(\sigma)$	-1	-1

σ	(12)(34)	(14)(25)
$\rho_{[3,1,1]}(\sigma)$	$\begin{pmatrix} \frac{\xi^3+\xi^2-2}{5} & \frac{-\xi^2+2\xi-1}{5} & \frac{-6\xi^3-2\xi^2+2\xi-4}{5} \\ \frac{-3\xi^3-2\xi^2-2\xi-3}{5} & \frac{\xi^3+\xi^2-2}{5} & \frac{4\xi^3-2\xi^2+2\xi+6}{5} \\ \frac{-\xi^3-2\xi^2-\xi-1}{5} & \frac{-\xi^{\frac{3}{5}}+1}{5} & \frac{-2\xi^3-2\xi^2-1}{5} \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} \frac{-\xi^3-\xi^2-3}{5} & \frac{\xi^3+3\xi^2+\xi}{5} & \frac{6\xi^3+2\xi^2+8\xi+4}{5} \\ \frac{2\xi^3-\xi-1}{5} & \frac{-\xi^3-\xi^2-3}{5} & \frac{-4\xi^3-8\xi^2-2\xi-6}{5} \\ \frac{-\xi^3-\xi^{\frac{3}{5}}-2\xi-1}{5} & \frac{-\xi^{\frac{3}{5}}+\xi}{5} & \frac{2\xi^3+2\xi^2+1}{5} \end{pmatrix}$
$\chi_{[3,1,1]}(\sigma)$	-1	-1

σ	(24)(35)	(23)(45)
$\rho_{[3,1,1]}(\sigma)$	$\begin{pmatrix} \frac{-\xi^3-\xi^2-3}{5} & \frac{2\xi^3-\xi-1}{5} & \frac{-4\xi^3-8\xi^2-2\xi-6}{5} \\ \frac{\xi^3+3\xi^2+\xi}{5} & \frac{-\xi^3-\xi^2-3}{5} & \frac{6\xi^3+2\xi^2+8\xi+4}{5} \\ \frac{-\xi^{\frac{3}{5}}+\xi}{5} & \frac{-\xi^3-\xi^2-2\xi-1}{5} & \frac{2\xi^3+2\xi^2+1}{5} \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} \frac{\xi^3+\xi^2-2}{5} & \frac{3\xi^3+\xi+1}{5} & \frac{4\xi^3+8\xi^2+2\xi+6}{5} \\ \frac{-\xi^3+2\xi^2-\xi}{5} & \frac{\xi^3+\xi^2-2}{5} & \frac{-6\xi^3-2\xi^2-8\xi-4}{5} \\ \frac{\xi^3-\xi}{5} & \frac{\xi^3+\xi^2+2\xi+1}{5} & \frac{-2\xi^3-2\xi^2-1}{5} \end{pmatrix}$
$\chi_{[3,1,1]}(\sigma)$	-1	-1

σ	(12)(45)	(13)(24)
$\rho_{[3,1,1]}(\sigma)$	$\begin{pmatrix} \frac{\xi^3+\xi^2-2}{5} & \frac{-\xi^3+2\xi^2-\xi}{5} & \frac{-6\xi^3-2\xi^2-8\xi-4}{5} \\ \frac{3\xi^3+\xi+1}{5} & \frac{\xi^3+\xi^2-2}{5} & \frac{4\xi^3+8\xi^2+2\xi+6}{5} \\ \frac{\xi^3+\xi^2+2\xi+1}{5} & \frac{\xi^3-\xi}{5} & \frac{-2\xi^3-2\xi^2-1}{5} \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} \frac{-\xi^3-\xi^2-3}{5} & \frac{\xi^2+3\xi+1}{5} & \frac{6\xi^3+2\xi^2-2\xi+4}{5} \\ \frac{-2\xi^3-3\xi^2-3\xi-2}{5} & \frac{-\xi^3-\xi^2-3}{5} & \frac{-4\xi^3+2\xi^2-2\xi-6}{5} \\ \frac{\xi^3+2\xi^2+\xi+1}{5} & \frac{\xi^3-1}{5} & \frac{2\xi^3+2\xi^2+1}{5} \end{pmatrix}$
$\chi_{[3,1,1]}(\sigma)$	-1	-1

σ	(15)(23)	(15)(34)
$\rho_{[3,1,1]}(\sigma)$	$\left(\begin{array}{ccc} \frac{\xi^3 + \xi^2 - 2}{5} & \frac{-3\xi^3 - 2\xi^2 - 2\xi - 3}{5} & \frac{4\xi^3 - 2\xi^2 + 2\xi + 6}{5} \\ \frac{-\xi^2 + 2\xi - 1}{5} & \frac{\xi^3 + \xi^2 - 2}{5} & \frac{-6\xi^3 - 2\xi^2 + 2\xi - 4}{5} \\ \frac{-\xi^3 + 1}{5} & \frac{-\xi^3 - 2\xi^2 - \xi - 1}{5} & \frac{-2\xi^3 - 2\xi^2 - 1}{5} \end{array} \right)$	$\left(\begin{array}{ccc} \frac{\xi^3 + \xi^2 - 2}{5} & \frac{\xi^3 + \xi^2 + 3}{5} & \frac{4\xi^3 - 2\xi^2 + 2\xi - 4}{5} \\ \frac{\xi^3 + \xi^2 + 3}{5} & \frac{\xi^3 + \xi^2 - 2}{5} & \frac{4\xi^3 - 2\xi^2 + 2\xi - 4}{5} \\ \frac{\xi^2 - 1}{5} & \frac{\xi^2 - 1}{5} & \frac{-2\xi^3 - 2\xi^2 - 1}{5} \end{array} \right)$
$\chi_{[3,1,1]}(\sigma)$	-1	-1

σ	(25)(34)	(12)(35)
$\rho_{[3,1,1]}(\sigma)$	$\left(\begin{array}{ccc} 0 & -\xi^3 & 0 \\ -\xi^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{array} \right)$	$\left(\begin{array}{ccc} 0 & \xi^3 + \xi^2 + \xi + 1 & 0 \\ -\xi & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{array} \right)$
$\chi_{[3,1,1]}(\sigma)$	-1	-1

σ	(15)(24)	(13)(45)
$\rho_{[3,1,1]}(\sigma)$	$\left(\begin{array}{ccc} 0 & -\xi^2 & 0 \\ -\xi^3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{array} \right)$	$\left(\begin{array}{ccc} 0 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{array} \right)$
$\chi_{[3,1,1]}(\sigma)$	-1	-1

σ	(14)(23)
$\rho_{[3,1,1]}(\sigma)$	$\left(\begin{array}{ccc} 0 & -\xi & 0 \\ \xi^3 + \xi^2 + \xi + 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{array} \right)$
$\chi_{[3,1,1]}(\sigma)$	-1

5.2.3 3-cycles

σ	(243)	(125)
$\rho_{[3,1,1]}(\sigma)$	$\left(\begin{array}{ccc} \frac{\xi^3 - 2\xi^2 + \xi}{5} & \frac{\xi^3 + 3\xi^2 + \xi}{5} & \frac{-4\xi^3 + 2\xi^2 - 2\xi - 6}{5} \\ \frac{2\xi^3 - \xi - 1}{5} & \frac{-3\xi^3 - \xi - 1}{5} & \frac{6\xi^3 + 2\xi^2 - 2\xi + 4}{5} \\ \frac{-\xi^2 + 1}{5} & \frac{-\xi^2 + 1}{5} & \frac{2\xi^3 + 2\xi^2 + 1}{5} \end{array} \right)$	$\left(\begin{array}{ccc} \frac{-3\xi^3 - \xi - 1}{5} & \frac{2\xi^3 - \xi - 1}{5} & \frac{6\xi^3 + 2\xi^2 - 2\xi + 4}{5} \\ \frac{\xi^3 + 3\xi^2 + \xi}{5} & \frac{\xi^3 - 2\xi^2 + \xi}{5} & \frac{-4\xi^3 + 2\xi^2 - 2\xi - 6}{5} \\ \frac{-\xi^2 + 1}{5} & \frac{-\xi^2 + 1}{5} & \frac{2\xi^3 + 2\xi^2 + 1}{5} \end{array} \right)$
$\chi_{[3,1,1]}(\sigma)$	0	0

σ	(234)	(154)
$\rho_{[3,1,1]}(\sigma)$	$\left(\begin{array}{ccc} \frac{-3\xi^3 - \xi - 1}{5} & \frac{\xi^3 + 3\xi^2 + \xi}{5} & \frac{-4\xi^3 + 2\xi^2 - 2\xi + 4}{5} \\ \frac{2\xi^3 - \xi - 1}{5} & \frac{\xi^3 - 2\xi^2 + \xi}{5} & \frac{-4\xi^3 + 2\xi^2 - 2\xi + 4}{5} \\ \frac{\xi^3 - 1}{5} & \frac{\xi^3 + 2\xi^2 + \xi + 1}{5} & \frac{2\xi^3 + 2\xi^2 + 1}{5} \end{array} \right)$	$\left(\begin{array}{ccc} \frac{\xi^3 - 2\xi^2 + \xi}{5} & \frac{\xi^2 + 3\xi + 1}{5} & \frac{-4\xi^3 - 8\xi^2 - 2\xi - 6}{5} \\ \frac{-2\xi^3 - 3\xi^2 - 3\xi - 2}{5} & \frac{-3\xi^3 - \xi - 1}{5} & \frac{6\xi^3 + 2\xi^2 + 8\xi + 4}{5} \\ \frac{\xi^3 - 1}{5} & \frac{\xi^3 + 2\xi^2 + \xi + 1}{5} & \frac{2\xi^3 + 2\xi^2 + 1}{5} \end{array} \right)$
$\chi_{[3,1,1]}(\sigma)$	0	0

σ	(254)	(135)
$\rho_{[3,1,1]}(\sigma)$	$\begin{pmatrix} \frac{2\xi^3+3\xi^2+3\xi+2}{5} & \frac{\xi^3+\xi^2+3}{5} & \frac{4\xi^3-2\xi^2+2\xi+6}{5} \\ \frac{\xi^3+\xi^2+3}{5} & \frac{-\xi^2-3\xi-1}{5} & \frac{-6\xi^3-2\xi^2+2\xi-4}{5} \\ \frac{-\xi^3-2\xi^2-\xi-1}{5} & \frac{-\xi^3+1}{5} & \frac{-2\xi^3-2\xi^2-1}{5} \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} \frac{-\xi^2-3\xi-1}{5} & \frac{-\xi^3+2\xi^2-\xi}{5} & \frac{4\xi^3+8\xi^2+2\xi+6}{5} \\ \frac{3\xi^3+\xi+1}{5} & \frac{2\xi^3+3\xi^2+3\xi+2}{5} & \frac{-6\xi^3-2\xi^2-8\xi-4}{5} \\ \frac{-\xi^3-2\xi^2-\xi-1}{5} & \frac{-\xi^3+1}{5} & \frac{-2\xi^3-2\xi^2-1}{5} \end{pmatrix}$
$\chi_{[3,1,1]}(\sigma)$	0	0

σ	(354)	(123)
$\rho_{[3,1,1]}(\sigma)$	$\begin{pmatrix} \frac{\xi^3-2\xi^2+\xi}{5} & \frac{-2\xi^3-3\xi^2-3\xi-2}{5} & \frac{6\xi^3+2\xi^2-2\xi+4}{5} \\ \frac{\xi^2+3\xi+1}{5} & \frac{-3\xi^3-\xi-1}{5} & \frac{-4\xi^3+2\xi^2-2\xi-6}{5} \\ \frac{-\xi^3-\xi^2-2\xi-1}{5} & \frac{-\xi^3+\xi}{5} & \frac{2\xi^3+2\xi^2+1}{5} \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} \frac{-3\xi^3-\xi-1}{5} & \frac{-\xi^3-\xi^2+2}{5} & \frac{-4\xi^3-8\xi^2-2\xi-6}{5} \\ \frac{-\xi^3-\xi^2+2}{5} & \frac{\xi^3-2\xi^2+\xi}{5} & \frac{6\xi^3+2\xi^2+8\xi+4}{5} \\ \frac{-\xi^3-\xi^2-2\xi-1}{5} & \frac{-\xi^3+\xi}{5} & \frac{2\xi^3+2\xi^2+1}{5} \end{pmatrix}$
$\chi_{[3,1,1]}(\sigma)$	0	0

σ	(132)	(145)
$\rho_{[3,1,1]}(\sigma)$	$\begin{pmatrix} \frac{\xi^3-2\xi^2+\xi}{5} & \frac{-\xi^3-\xi^2+2}{5} & \frac{6\xi^3+2\xi^2+8\xi+4}{5} \\ \frac{-\xi^3-\xi^2+2}{5} & \frac{-3\xi^3-\xi-1}{5} & \frac{-4\xi^3-8\xi^2-2\xi-6}{5} \\ \frac{-\xi^3+\xi}{5} & \frac{-\xi^3-\xi^2-2\xi-1}{5} & \frac{2\xi^3+2\xi^2+1}{5} \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} \frac{-3\xi^3-\xi-1}{5} & \frac{\xi^2+3\xi+1}{5} & \frac{-4\xi^3+2\xi^2-2\xi-6}{5} \\ \frac{-2\xi^3-3\xi^2-3\xi-2}{5} & \frac{\xi^3-2\xi^2+\xi}{5} & \frac{6\xi^3+2\xi^2-2\xi+4}{5} \\ \frac{-\xi^3+\xi}{5} & \frac{-\xi^3-\xi^2-2\xi-1}{5} & \frac{2\xi^3+2\xi^2+1}{5} \end{pmatrix}$
$\chi_{[3,1,1]}(\sigma)$	0	0

σ	(124)	(153)
$\rho_{[3,1,1]}(\sigma)$	$\begin{pmatrix} \frac{-\xi^2-3\xi-1}{5} & \frac{-3\xi^3-2\xi^2-2\xi-3}{5} & \frac{4\xi^3-2\xi^2+2\xi-4}{5} \\ \frac{-\xi^2+2\xi-1}{5} & \frac{2\xi^3+3\xi^2+3\xi+2}{5} & \frac{4\xi^3-2\xi^2+2\xi-4}{5} \\ \frac{\xi^3-\xi}{5} & \frac{\xi^3+\xi^2+2\xi+1}{5} & \frac{-2\xi^3-2\xi^2-1}{5} \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} \frac{2\xi^3+3\xi^2+3\xi+2}{5} & \frac{-\xi^3+2\xi^2-\xi}{5} & \frac{-6\xi^3-2\xi^2+2\xi-4}{5} \\ \frac{3\xi^3+\xi+1}{5} & \frac{-\xi^2-3\xi-1}{5} & \frac{4\xi^3-2\xi^2+2\xi+6}{5} \\ \frac{\xi^3-\xi}{5} & \frac{\xi^3+\xi^2+2\xi+1}{5} & \frac{-2\xi^3-2\xi^2-1}{5} \end{pmatrix}$
$\chi_{[3,1,1]}(\sigma)$	0	0

σ	(253)	(134)
$\rho_{[3,1,1]}(\sigma)$	$\begin{pmatrix} \frac{2\xi^3+3\xi^2+3\xi+2}{5} & \frac{-\xi^2+2\xi-1}{5} & \frac{4\xi^3-2\xi^2+2\xi-4}{5} \\ \frac{-3\xi^3-2\xi^2-2\xi-3}{5} & \frac{-\xi^2-3\xi-1}{5} & \frac{4\xi^3-2\xi^2+2\xi-4}{5} \\ \frac{\xi^3+\xi^2+2\xi+1}{5} & \frac{\xi^3-\xi}{5} & \frac{-2\xi^3-2\xi^2-1}{5} \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} \frac{-\xi^2-3\xi-1}{5} & \frac{3\xi^3+\xi+1}{5} & \frac{4\xi^3-2\xi^2+2\xi+6}{5} \\ \frac{-\xi^3+2\xi^2-\xi}{5} & \frac{2\xi^3+3\xi^2+3\xi+2}{5} & \frac{-6\xi^3-2\xi^2+2\xi-4}{5} \\ \frac{\xi^3+\xi^2+2\xi+1}{5} & \frac{\xi^3-\xi}{5} & \frac{-2\xi^3-2\xi^2-1}{5} \end{pmatrix}$
$\chi_{[3,1,1]}(\sigma)$	0	0

σ	(345)	(152)
$\rho_{[3,1,1]}(\sigma)$	$\begin{pmatrix} \frac{-3\xi^3-\xi-1}{5} & \frac{-2\xi^3-3\xi^2-3\xi-2}{5} & \frac{6\xi^3+2\xi^2+8\xi+4}{5} \\ \frac{\xi^2+3\xi+1}{5} & \frac{\xi^3-2\xi^2+\xi}{5} & \frac{-4\xi^3-8\xi^2-2\xi-6}{5} \\ \frac{\xi^3+2\xi^2+\xi+1}{5} & \frac{\xi^3-1}{5} & \frac{2\xi^3+2\xi^2+1}{5} \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} \frac{\xi^3-2\xi^2+\xi}{5} & \frac{2\xi^3-\xi-1}{5} & \frac{-4\xi^3+2\xi^2-2\xi+4}{5} \\ \frac{\xi^3+3\xi^2+\xi}{5} & \frac{-3\xi^3-\xi-1}{5} & \frac{-4\xi^3+2\xi^2-2\xi+4}{5} \\ \frac{\xi^3+2\xi^2+\xi+1}{5} & \frac{\xi^3-1}{5} & \frac{2\xi^3+2\xi^2+1}{5} \end{pmatrix}$
$\chi_{[3,1,1]}(\sigma)$	0	0

σ	(245)	(143)
$\rho_{[3,1,1]}(\sigma)$	$\begin{pmatrix} \frac{-\xi^2-3\xi-1}{5} & \frac{\xi^3+\xi^2+3}{5} & \frac{-6\xi^3-2\xi^2+2\xi-4}{5} \\ \frac{\xi^3+\xi^2+3}{5} & \frac{2\xi^3+3\xi^2+3\xi+2}{5} & \frac{4\xi^3-2\xi^2+2\xi+6}{5} \\ \frac{-\xi^3+1}{5} & \frac{-\xi^3-2\xi^2-\xi-1}{5} & \frac{-2\xi^3-2\xi^2-1}{5} \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} \frac{2\xi^3+3\xi^2+3\xi+2}{5} & \frac{3\xi^3+\xi+1}{5} & \frac{-6\xi^3-2\xi^2-8\xi-4}{5} \\ \frac{-\xi^3+2\xi^2-\xi}{5} & \frac{-\xi^2-3\xi-1}{5} & \frac{4\xi^3+8\xi^2+2\xi+6}{5} \\ \frac{-\xi^3+1}{5} & \frac{-\xi^3-2\xi^2-\xi-1}{5} & \frac{-2\xi^3-2\xi^2-1}{5} \end{pmatrix}$
$\chi_{[3,1,1]}(\sigma)$	0	0

σ	(235)	(142)
$\rho_{[3,1,1]}(\sigma)$	$\begin{pmatrix} \frac{-\xi^2-3\xi-1}{5} & \frac{-\xi^2+2\xi-1}{5} & \frac{-6\xi^3-2\xi^2-8\xi-4}{5} \\ \frac{-3\xi^3-2\xi^2-2\xi-3}{5} & \frac{2\xi^3+3\xi^2+3\xi+2}{5} & \frac{4\xi^3+8\xi^2+2\xi+6}{5} \\ \frac{\xi^2-1}{5} & \frac{\xi^2-1}{5} & \frac{-2\xi^3-2\xi^2-1}{5} \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} \frac{2\xi^3+3\xi^2+3\xi+2}{5} & \frac{-3\xi^3-2\xi^2-2\xi-3}{5} & \frac{4\xi^3+8\xi^2+2\xi+6}{5} \\ \frac{-\xi^2+2\xi-1}{5} & \frac{-\xi^2-3\xi-1}{5} & \frac{-6\xi^3-2\xi^2-8\xi-4}{5} \\ \frac{\xi^2-1}{5} & \frac{\xi^2-1}{5} & \frac{-2\xi^3-2\xi^2-1}{5} \end{pmatrix}$
$\chi_{[3,1,1]}(\sigma)$	0	0

5.2.4 5-cycles

σ	(12345)	(15432)
$\rho_{[3,1,1]}(\sigma)$	$\begin{pmatrix} \xi & 0 & 0 \\ 0 & -\xi^3 - \xi^2 - \xi - 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -\xi^3 - \xi^2 - \xi - 1 & 0 & 0 \\ 0 & \xi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$
$\chi_{[3,1,1]}(\sigma)$	$-\xi^3 - \xi^2$	$-\xi^3 - \xi^2$

σ	(13524)	(14253)
$\rho_{[3,1,1]}(\sigma)$	$\begin{pmatrix} \xi^2 & 0 & 0 \\ 0 & \xi^3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} \xi^3 & 0 & 0 \\ 0 & \xi^2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$
$\chi_{[3,1,1]}(\sigma)$	$\xi^3 + \xi^2 + 1$	$\xi^3 + \xi^2 + 1$

σ	(15423)	(13452)
$\rho_{[3,1,1]}(\sigma)$	$\begin{pmatrix} \frac{\xi^2-2\xi+1}{5} & \frac{\xi^2+3\xi+1}{5} & \frac{6\xi^3+2\xi^2+8\xi+4}{5} \\ \frac{-2\xi^3-3\xi^2-3\xi-2}{5} & \frac{3\xi^3+2\xi^2+2\xi+3}{5} & \frac{-4\xi^3-8\xi^2-2\xi-6}{5} \\ \frac{-\xi^2+1}{5} & \frac{-\xi^2+1}{5} & \frac{2\xi^3+2\xi^2+1}{5} \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} \frac{3\xi^3+2\xi^2+2\xi+3}{5} & \frac{-2\xi^3-3\xi^2-3\xi-2}{5} & \frac{-4\xi^3-8\xi^2-2\xi-6}{5} \\ \frac{\xi^2+3\xi+1}{5} & \frac{\xi^2-2\xi+1}{5} & \frac{6\xi^3+2\xi^2+8\xi+4}{5} \\ \frac{-\xi^2+1}{5} & \frac{-\xi^2+1}{5} & \frac{2\xi^3+2\xi^2+1}{5} \end{pmatrix}$
$\chi_{[3,1,1]}(\sigma)$	$\xi^3 + \xi^2 + 1$	$\xi^3 + \xi^2 + 1$

σ	(12435)	(14532)
$\rho_{[3,1,1]}(\sigma)$	$\begin{pmatrix} \frac{3\xi^3+2\xi^2+2\xi+3}{5} & \frac{2\xi^3-\xi-1}{5} & \frac{6\xi^3+2\xi^2+8\xi+4}{5} \\ \frac{\xi^3+3\xi^2+\xi}{5} & \frac{\xi^2-2\xi+1}{5} & \frac{-4\xi^3-8\xi^2-2\xi-6}{5} \\ \frac{\xi^3-1}{5} & \frac{\xi^3+2\xi^2+\xi+1}{5} & \frac{2\xi^3+2\xi^2+1}{5} \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} \frac{\xi^2-2\xi+1}{5} & \frac{-\xi^3-\xi^2+2}{5} & \frac{6\xi^3+2\xi^2-2\xi+4}{5} \\ \frac{-\xi^3-\xi^2+2}{5} & \frac{3\xi^3+2\xi^2+2\xi+3}{5} & \frac{-4\xi^3+2\xi^2-2\xi-6}{5} \\ \frac{\xi^3-1}{5} & \frac{\xi^3+2\xi^2+\xi+1}{5} & \frac{2\xi^3+2\xi^2+1}{5} \end{pmatrix}$
$\chi_{[3,1,1]}(\sigma)$	$\xi^3 + \xi^2 + 1$	$\xi^3 + \xi^2 + 1$

σ	(15324)	(14523)
$\rho_{[3,1,1]}(\sigma)$	$\left(\begin{array}{ccc} \frac{-2\xi^3+\xi+1}{5} & \frac{-3\xi^3-2\xi^2-2\xi-3}{5} & \frac{-6\xi^3-2\xi^2-8\xi-4}{5} \\ \frac{-\xi^2+2\xi-1}{5} & \frac{-\xi^3-3\xi^2-\xi}{5} & \frac{4\xi^3+8\xi^2+2\xi+6}{5} \\ \frac{-\xi^3-2\xi^2-\xi-1}{5} & \frac{-\xi^3+1}{5} & \frac{-2\xi^3-2\xi^2-1}{5} \end{array} \right)$	$\left(\begin{array}{ccc} \frac{-\xi^3-3\xi^2-\xi}{5} & \frac{3\xi^3+\xi+1}{5} & \frac{4\xi^3-2\xi^2+2\xi-4}{5} \\ \frac{-\xi^3+2\xi^2-\xi}{5} & \frac{-2\xi^3+\xi+1}{5} & \frac{4\xi^3-2\xi^2+2\xi-4}{5} \\ \frac{-\xi^3-2\xi^2-\xi-1}{5} & \frac{-\xi^3+1}{5} & \frac{-2\xi^3-2\xi^2-1}{5} \end{array} \right)$
$\chi_{[3,1,1]}(\sigma)$	$-\xi^3 - \xi^2$	$-\xi^3 - \xi^2$

σ	(15342)	(13245)
$\rho_{[3,1,1]}(\sigma)$	$\left(\begin{array}{ccc} \frac{\xi^2-2\xi+1}{5} & \frac{2\xi^3-\xi-1}{5} & \frac{-4\xi^3+2\xi^2-2\xi-6}{5} \\ \frac{\xi^3+3\xi^2+\xi}{5} & \frac{3\xi^3+2\xi^2+2\xi+3}{5} & \frac{6\xi^3+2\xi^2-2\xi+4}{5} \\ \frac{-\xi^3-\xi^2-2\xi-1}{5} & \frac{-\xi^3+\xi}{5} & \frac{2\xi^3+2\xi^2+1}{5} \end{array} \right)$	$\left(\begin{array}{ccc} \frac{3\xi^3+2\xi^2+2\xi+3}{5} & \frac{\xi^2+3\xi+1}{5} & \frac{-4\xi^3+2\xi^2-2\xi+4}{5} \\ \frac{-2\xi^3-3\xi^2-3\xi-2}{5} & \frac{\xi^2-2\xi+1}{5} & \frac{-4\xi^3+2\xi^2-2\xi+4}{5} \\ \frac{-\xi^3-\xi^2-2\xi-1}{5} & \frac{-\xi^3+\xi}{5} & \frac{2\xi^3+2\xi^2+1}{5} \end{array} \right)$
$\chi_{[3,1,1]}(\sigma)$	$\xi^3 + \xi^2 + 1$	$\xi^3 + \xi^2 + 1$

σ	(12543)	(15234)
$\rho_{[3,1,1]}(\sigma)$	$\left(\begin{array}{ccc} \frac{\xi^2-2\xi+1}{5} & \frac{-2\xi^3-3\xi^2-3\xi-2}{5} & \frac{-4\xi^3+2\xi^2-2\xi+4}{5} \\ \frac{\xi^3+3\xi^2+\xi}{5} & \frac{3\xi^3+2\xi^2+2\xi+3}{5} & \frac{-4\xi^3+2\xi^2-2\xi+4}{5} \\ \frac{-\xi^3+\xi}{5} & \frac{-\xi^3-\xi^2-2\xi-1}{5} & \frac{2\xi^3+2\xi^2+1}{5} \end{array} \right)$	$\left(\begin{array}{ccc} \frac{3\xi^3+2\xi^2+2\xi+3}{5} & \frac{\xi^3+3\xi^2+\xi}{5} & \frac{6\xi^3+2\xi^2-2\xi+4}{5} \\ \frac{2\xi^3-\xi-1}{5} & \frac{\xi^2-2\xi+1}{5} & \frac{-4\xi^3+2\xi^2-2\xi-6}{5} \\ \frac{-\xi^3+\xi}{5} & \frac{-\xi^3-\xi^2-2\xi-1}{5} & \frac{2\xi^3+2\xi^2+1}{5} \end{array} \right)$
$\chi_{[3,1,1]}(\sigma)$	$\xi^3 + \xi^2 + 1$	$\xi^3 + \xi^2 + 1$

σ	(13425)	(14352)
$\rho_{[3,1,1]}(\sigma)$	$\left(\begin{array}{ccc} \frac{-\xi^3-3\xi^2-\xi}{5} & \frac{\xi^3+\xi^2+3}{5} & \frac{-6\xi^3-2\xi^2-8\xi-4}{5} \\ \frac{\xi^3+\xi^2+3}{5} & \frac{-2\xi^3+\xi+1}{5} & \frac{4\xi^3+8\xi^2+2\xi+6}{5} \\ \frac{\xi^3-\xi}{5} & \frac{\xi^3+\xi^2+2\xi+1}{5} & \frac{-2\xi^3-2\xi^2-1}{5} \end{array} \right)$	$\left(\begin{array}{ccc} \frac{-2\xi^3+\xi+1}{5} & \frac{-\xi^2+2\xi-1}{5} & \frac{4\xi^3-2\xi^2+2\xi+6}{5} \\ \frac{-3\xi^3-2\xi^2-2\xi-3}{5} & \frac{-\xi^3-3\xi^2-\xi}{5} & \frac{-6\xi^3-2\xi^2+2\xi-4}{5} \\ \frac{\xi^3-\xi}{5} & \frac{\xi^3+\xi^2+2\xi+1}{5} & \frac{-2\xi^3-2\xi^2-1}{5} \end{array} \right)$
$\chi_{[3,1,1]}(\sigma)$	$-\xi^3 - \xi^2$	$-\xi^3 - \xi^2$

σ	(15243)	(14235)
$\rho_{[3,1,1]}(\sigma)$	$\left(\begin{array}{ccc} \frac{-2\xi^3+\xi+1}{5} & \frac{\xi^3+\xi^2+3}{5} & \frac{4\xi^3+8\xi^2+2\xi+6}{5} \\ \frac{\xi^3+\xi^2+3}{5} & \frac{-\xi^3-3\xi^2-\xi}{5} & \frac{-6\xi^3-2\xi^2-8\xi-4}{5} \\ \frac{\xi^3+\xi^2+2\xi+1}{5} & \frac{\xi^3-\xi}{5} & \frac{-2\xi^3-2\xi^2-1}{5} \end{array} \right)$	$\left(\begin{array}{ccc} \frac{-\xi^3-3\xi^2-\xi}{5} & \frac{-3\xi^3-2\xi^2-2\xi-3}{5} & \frac{-6\xi^3-2\xi^2+2\xi-4}{5} \\ \frac{-\xi^2+2\xi-1}{5} & \frac{-2\xi^3+\xi+1}{5} & \frac{4\xi^3-2\xi^2+2\xi+6}{5} \\ \frac{\xi^3+\xi^2+2\xi+1}{5} & \frac{\xi^3-\xi}{5} & \frac{-2\xi^3-2\xi^2-1}{5} \end{array} \right)$
$\chi_{[3,1,1]}(\sigma)$	$-\xi^3 - \xi^2$	$-\xi^3 - \xi^2$

σ	(12354)	(14325)
$\rho_{[3,1,1]}(\sigma)$	$\left(\begin{array}{ccc} \frac{3\xi^3+2\xi^2+2\xi+3}{5} & \frac{-\xi^3-\xi^2+2}{5} & \frac{-4\xi^3+2\xi^2-2\xi-6}{5} \\ \frac{-\xi^3-\xi^2+2}{5} & \frac{\xi^2-2\xi+1}{5} & \frac{6\xi^3+2\xi^2-2\xi+4}{5} \\ \frac{\xi^3+2\xi^2+\xi+1}{5} & \frac{\xi^3-1}{5} & \frac{2\xi^3+2\xi^2+1}{5} \end{array} \right)$	$\left(\begin{array}{ccc} \frac{\xi^2-2\xi+1}{5} & \frac{\xi^3+3\xi^2+\xi}{5} & \frac{-4\xi^3-8\xi^2-2\xi-6}{5} \\ \frac{2\xi^3-\xi-1}{5} & \frac{3\xi^3+2\xi^2+2\xi+3}{5} & \frac{6\xi^3+2\xi^2+8\xi+4}{5} \\ \frac{\xi^3+2\xi^2+\xi+1}{5} & \frac{\xi^3-1}{5} & \frac{2\xi^3+2\xi^2+1}{5} \end{array} \right)$
$\chi_{[3,1,1]}(\sigma)$	$\xi^3 + \xi^2 + 1$	$\xi^3 + \xi^2 + 1$

σ	(12534)	(13542)
$\rho_{[3,1,1]}(\sigma)$	$\begin{pmatrix} \frac{-\xi^3-3\xi^2-\xi}{5} & \frac{-\xi^2+2\xi-1}{5} & \frac{4\xi^3+8\xi^2+2\xi+6}{5} \\ \frac{-3\xi^3-2\xi^2-2\xi-3}{5} & \frac{-2\xi^3+\xi+1}{5} & \frac{-6\xi^3-2\xi^2-8\xi-4}{5} \\ \frac{-\xi^3+1}{5} & \frac{-\xi^3-2\xi^2-\xi-1}{5} & \frac{-2\xi^3-2\xi^2-1}{5} \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} \frac{-2\xi^3+\xi+1}{5} & \frac{-\xi^3+2\xi^2-\xi}{5} & \frac{4\xi^3-2\xi^2+2\xi-4}{5} \\ \frac{3\xi^3+\xi+1}{5} & \frac{-\xi^3-3\xi^2-\xi}{5} & \frac{4\xi^3-2\xi^2+2\xi-4}{5} \\ \frac{-\xi^3+1}{5} & \frac{-\xi^3-2\xi^2-\xi-1}{5} & \frac{-2\xi^3-2\xi^2-1}{5} \end{pmatrix}$
$\chi_{[3,1,1]}(\sigma)$	$-\xi^3 - \xi^2$	$-\xi^3 - \xi^2$

σ	(12453)	(13254)
$\rho_{[3,1,1]}(\sigma)$	$\begin{pmatrix} \frac{-\xi^3-3\xi^2-\xi}{5} & \frac{-\xi^3+2\xi^2-\xi}{5} & \frac{4\xi^3-2\xi^2+2\xi+6}{5} \\ \frac{3\xi^3+\xi+1}{5} & \frac{-2\xi^3+\xi+1}{5} & \frac{-6\xi^3-2\xi^2+2\xi-4}{5} \\ \frac{\xi^2-1}{5} & \frac{\xi^2-1}{5} & \frac{-2\xi^3-2\xi^2-1}{5} \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} \frac{-2\xi^3+\xi+1}{5} & \frac{3\xi^3+\xi+1}{5} & \frac{-6\xi^3-2\xi^2+2\xi-4}{5} \\ \frac{-\xi^3+2\xi^2-\xi}{5} & \frac{-\xi^3-3\xi^2-\xi}{5} & \frac{4\xi^3-2\xi^2+2\xi+6}{5} \\ \frac{\xi^2-1}{5} & \frac{\xi^2-1}{5} & \frac{-2\xi^3-2\xi^2-1}{5} \end{pmatrix}$
$\chi_{[3,1,1]}(\sigma)$	$-\xi^3 - \xi^2$	$-\xi^3 - \xi^2$

5.3 Restriction à l'espace invariant $E_{<0}$

De même, on obtient une autre représentation irréductible et fidèle, ce qu'on peut vérifier avec le caractère associé.

5.3.1 Identité

σ	Id
$\rho_{[3,1,1]}(\sigma)$	$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$
$\chi_{[3,1,1]}(\sigma)$	3

5.3.2 Double-transpositions

σ	(14)(35)	(13)(25)
$\rho_{[3,1,1]}(\sigma)$	$\begin{pmatrix} \frac{\xi^3+\xi^2-2}{5} & \frac{\xi^3+\xi^2+3}{5} & \frac{-4\xi^3-4\xi^2-2}{5} \\ \frac{\xi^3+\xi^2+3}{5} & \frac{\xi^3+\xi^2-2}{5} & \frac{-4\xi^3-4\xi^2-2}{5} \\ \frac{-2\xi^3-2\xi^2-1}{5} & \frac{-2\xi^3-2\xi^2-1}{5} & \frac{-2\xi^3-2\xi^2-1}{5} \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} \frac{\xi^3+\xi^2-2}{5} & \frac{3\xi^3+\xi+1}{5} & \frac{2\xi^3-2\xi^2-2\xi+2}{5} \\ \frac{-\xi^3+2\xi^2-\xi}{5} & \frac{\xi^3+\xi^2-2}{5} & \frac{4\xi^2+2\xi+4}{5} \\ \frac{2\xi^2+\xi+2}{5} & \frac{\xi^3-\xi^2-\xi+1}{5} & \frac{-2\xi^3-2\xi^2-1}{5} \end{pmatrix}$
$\chi_{[3,1,1]}(\sigma)$	-1	-1

σ	(12)(34)	(14)(25)
$\rho_{[3,1,1]}(\sigma)$	$\begin{pmatrix} \frac{-\xi^3-\xi^2-3}{5} & \frac{\xi^3+3\xi^2+\xi}{5} & \frac{-4\xi^2-2\xi-4}{5} \\ \frac{2\xi^3-\xi-1}{5} & \frac{-\xi^3-\xi^2-3}{5} & \frac{-2\xi^3+2\xi^2+2\xi-2}{5} \\ \frac{-\xi^3+\xi^2+\xi-1}{5} & \frac{-2\xi^2-\xi-2}{5} & \frac{2\xi^3+2\xi^2+1}{5} \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} \frac{\xi^3+\xi^2-2}{5} & \frac{-3\xi^3-2\xi^2-2\xi-3}{5} & \frac{4\xi^3+2\xi^2+4\xi}{5} \\ \frac{-\xi^2+2\xi-1}{5} & \frac{\xi^3+\xi^2-2}{5} & \frac{-2\xi^3-4\xi-4}{5} \\ \frac{-\xi^3-2\xi-2}{5} & \frac{2\xi^3+\xi^2+2\xi}{5} & \frac{-2\xi^3-2\xi^2-1}{5} \end{pmatrix}$
$\chi_{[3,1,1]}(\sigma)$	-1	-1

σ	(24)(35)	(23)(45)
$\rho_{[3,1,1]}(\sigma)$	$\begin{pmatrix} \frac{\xi^3+\xi^2-2}{5} & \frac{-\xi^2+2\xi-1}{5} & \frac{-2\xi^3-4\xi-4}{5} \\ \frac{-3\xi^3-2\xi^2-2\xi-3}{5} & \frac{\xi^3+\xi^2-2}{5} & \frac{4\xi^3+2\xi^2+4\xi}{5} \\ \frac{2\xi^3+\xi^2+2\xi}{5} & \frac{-\xi^3-2\xi-2}{5} & \frac{-2\xi^3-2\xi^2-1}{5} \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} \frac{-\xi^3-\xi^2-3}{5} & \frac{\xi^2+3\xi+1}{5} & \frac{2\xi^3+4\xi+4}{5} \\ \frac{-2\xi^3-3\xi^2-3\xi-2}{5} & \frac{-\xi^3-\xi^2-3}{5} & \frac{-4\xi^3-2\xi^2-4\xi}{5} \\ \frac{-2\xi^3-\xi^2-2\xi}{5} & \frac{\xi^3+2\xi+2}{5} & \frac{2\xi^3+2\xi^2+1}{5} \end{pmatrix}$
$\chi_{[3,1,1]}(\sigma)$	-1	-1

σ	(12)(45)	(13)(24)
$\rho_{[3,1,1]}(\sigma)$	$\begin{pmatrix} \frac{-\xi^3-\xi^2-3}{5} & \frac{-2\xi^3-3\xi^2-3\xi-2}{5} & \frac{-4\xi^3-2\xi^2-4\xi}{5} \\ \frac{\xi^2+3\xi+1}{5} & \frac{-\xi^3-\xi^2-3}{5} & \frac{2\xi^3+4\xi+4}{5} \\ \frac{\xi^3+2\xi+2}{5} & \frac{-2\xi^3-\xi^2-2\xi}{5} & \frac{2\xi^3+2\xi^2+1}{5} \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} \frac{\xi^3+\xi^2-2}{5} & \frac{-\xi^3+2\xi^2-\xi}{5} & \frac{4\xi^2+2\xi+4}{5} \\ \frac{3\xi^3+\xi+1}{5} & \frac{\xi^3+\xi^2-2}{5} & \frac{2\xi^3-2\xi^2-2\xi+2}{5} \\ \frac{\xi^3-\xi^2-\xi+1}{5} & \frac{2\xi^2+\xi+2}{5} & \frac{-2\xi^3-2\xi^2-1}{5} \end{pmatrix}$
$\chi_{[3,1,1]}(\sigma)$	-1	-1

σ	(15)(23)	(15)(34)
$\rho_{[3,1,1]}(\sigma)$	$\left(\begin{array}{ccc} \frac{-\xi^3-\xi^2-3}{5} & \frac{2\xi^3-\xi-1}{5} & \frac{-2\xi^3+2\xi^2+2\xi-2}{5} \\ \frac{\xi^3+3\xi^2+\xi}{5} & \frac{-\xi^3-\xi^2-3}{5} & \frac{-4\xi^2-2\xi-4}{5} \\ \frac{-2\xi^2-\xi-2}{5} & \frac{-\xi^3+\xi^2+\xi-1}{5} & \frac{2\xi^3+2\xi^2+1}{5} \end{array} \right)$	$\left(\begin{array}{ccc} \frac{-\xi^3-\xi^2-3}{5} & \frac{-\xi^3-\xi^2+2}{5} & \frac{4\xi^3+4\xi^2+2}{5} \\ \frac{-\xi^3-\xi^2+2}{5} & \frac{-\xi^3-\xi^2-3}{5} & \frac{4\xi^3+4\xi^2+2}{5} \\ \frac{2\xi^3+2\xi^2+1}{5} & \frac{2\xi^3+2\xi^2+1}{5} & \frac{2\xi^3+2\xi^2+1}{5} \end{array} \right)$
$\chi_{[3,1,1]}(\sigma)$	-1	-1

σ	(25)(34)	(12)(35)
$\rho_{[3,1,1]}(\sigma)$	$\left(\begin{array}{ccc} 0 & -\xi & 0 \\ \xi^3 + \xi^2 + \xi + 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{array} \right)$	$\left(\begin{array}{ccc} 0 & -\xi^3 & 0 \\ -\xi^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{array} \right)$
$\chi_{[3,1,1]}(\sigma)$	-1	-1

σ	(15)(24)	(13)(45)
$\rho_{[3,1,1]}(\sigma)$	$\left(\begin{array}{ccc} 0 & \xi^3 + \xi^2 + \xi + 1 & 0 \\ -\xi & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{array} \right)$	$\left(\begin{array}{ccc} 0 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{array} \right)$
$\chi_{[3,1,1]}(\sigma)$	-1	-1

σ	(14)(23)
$\rho_{[3,1,1]}(\sigma)$	$\left(\begin{array}{ccc} 0 & -\xi^2 & 0 \\ -\xi^3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{array} \right)$
$\chi_{[3,1,1]}(\sigma)$	-1

5.3.3 3-cycles

σ	(243)	(125)
$\rho_{[3,1,1]}(\sigma)$	$\left(\begin{array}{ccc} \frac{2\xi^3+3\xi^2+3\xi+2}{5} & \frac{-3\xi^3-2\xi^2-2\xi-3}{5} & \frac{2\xi^3-2\xi^2-2\xi+2}{5} \\ \frac{-\xi^2+2\xi-1}{5} & \frac{-\xi^2-3\xi-1}{5} & \frac{4\xi^2+2\xi+4}{5} \\ \frac{-2\xi^3-2\xi^2-1}{5} & \frac{-2\xi^3-2\xi^2-1}{5} & \frac{-2\xi^3-2\xi^2-1}{5} \end{array} \right)$	$\left(\begin{array}{ccc} \frac{-\xi^2-3\xi-1}{5} & \frac{-\xi^2+2\xi-1}{5} & \frac{4\xi^2+2\xi+4}{5} \\ \frac{-3\xi^3-2\xi^2-2\xi-3}{5} & \frac{2\xi^3+3\xi^2+3\xi+2}{5} & \frac{2\xi^3-2\xi^2-2\xi+2}{5} \\ \frac{-2\xi^3-2\xi^2-1}{5} & \frac{-2\xi^3-2\xi^2-1}{5} & \frac{-2\xi^3-2\xi^2-1}{5} \end{array} \right)$
$\chi_{[3,1,1]}(\sigma)$	0	0

σ	(234)	(154)
$\rho_{[3,1,1]}(\sigma)$	$\left(\begin{array}{ccc} \frac{-\xi^2-3\xi-1}{5} & \frac{-3\xi^3-2\xi^2-2\xi-3}{5} & \frac{-4\xi^3-4\xi^2-2}{5} \\ \frac{-\xi^2+2\xi-1}{5} & \frac{2\xi^3+3\xi^2+3\xi+2}{5} & \frac{-4\xi^3-4\xi^2-2}{5} \\ \frac{2\xi^2+\xi+2}{5} & \frac{\xi^3-\xi^2-\xi+1}{5} & \frac{-2\xi^3-2\xi^2-1}{5} \end{array} \right)$	$\left(\begin{array}{ccc} \frac{2\xi^3+3\xi^2+3\xi+2}{5} & \frac{-\xi^3+2\xi^2-\xi}{5} & \frac{-2\xi^3-4\xi-4}{5} \\ \frac{3\xi^3+\xi+1}{5} & \frac{-\xi^2-3\xi-1}{5} & \frac{4\xi^3+2\xi^2+4\xi}{5} \\ \frac{2\xi^2+\xi+2}{5} & \frac{\xi^3-\xi^2-\xi+1}{5} & \frac{-2\xi^3-2\xi^2-1}{5} \end{array} \right)$
$\chi_{[3,1,1]}(\sigma)$	0	0

σ	(254)	(135)
$\rho_{[3,1,1]}(\sigma)$	$\begin{pmatrix} \frac{-3\xi^3-\xi-1}{5} & \frac{-\xi^3-\xi^2+2}{5} & \frac{-2\xi^3+2\xi^2+2\xi-2}{5} \\ \frac{-\xi^3-2\xi^2+2}{5} & \frac{\xi^3-2\xi^2+\xi}{5} & \frac{-4\xi^2-2\xi-4}{5} \\ \frac{-\xi^3+\xi^2+\xi-1}{5} & \frac{-2\xi^2-\xi-2}{5} & \frac{2\xi^3+2\xi^2+1}{5} \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} \frac{\xi^3-2\xi^2+\xi}{5} & \frac{-2\xi^3-3\xi^2-3\xi-2}{5} & \frac{2\xi^3+4\xi+4}{5} \\ \frac{\xi^2+3\xi+1}{5} & \frac{-3\xi^3-\xi-1}{5} & \frac{-4\xi^3-2\xi^2-4\xi}{5} \\ \frac{-\xi^3+\xi^2+\xi-1}{5} & \frac{-2\xi^2-\xi-2}{5} & \frac{2\xi^3+2\xi^2+1}{5} \end{pmatrix}$
$\chi_{[3,1,1]}(\sigma)$	0	0

σ	(354)	(123)
$\rho_{[3,1,1]}(\sigma)$	$\begin{pmatrix} \frac{2\xi^3+3\xi^2+3\xi+2}{5} & \frac{3\xi^3+\xi+1}{5} & \frac{4\xi^2+2\xi+4}{5} \\ \frac{-\xi^3+2\xi^2-\xi}{5} & \frac{-\xi^2-3\xi-1}{5} & \frac{2\xi^3-2\xi^2-2\xi+2}{5} \\ \frac{-\xi^3-2\xi-2}{5} & \frac{2\xi^3+\xi^2+2\xi}{5} & \frac{-2\xi^3-2\xi^2-1}{5} \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} \frac{-\xi^2-3\xi-1}{5} & \frac{\xi^3+\xi^2+3}{5} & \frac{-2\xi^3-4\xi-4}{5} \\ \frac{\xi^3+\xi^2+3}{5} & \frac{2\xi^3+3\xi^2+3\xi+2}{5} & \frac{4\xi^3+2\xi^2+4\xi}{5} \\ \frac{-\xi^3-2\xi-2}{5} & \frac{2\xi^3+\xi^2+2\xi}{5} & \frac{-2\xi^3-2\xi^2-1}{5} \end{pmatrix}$
$\chi_{[3,1,1]}(\sigma)$	0	0

σ	(132)	(145)
$\rho_{[3,1,1]}(\sigma)$	$\begin{pmatrix} \frac{2\xi^3+3\xi^2+3\xi+2}{5} & \frac{\xi^3+\xi^2+3}{5} & \frac{4\xi^3+2\xi^2+4\xi}{5} \\ \frac{\xi^3+\xi^2+3}{5} & \frac{-\xi^2-3\xi-1}{5} & \frac{-2\xi^3-4\xi-4}{5} \\ \frac{2\xi^3+\xi^2+2\xi}{5} & \frac{-\xi^3-2\xi-2}{5} & \frac{-2\xi^3-2\xi^2-1}{5} \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} \frac{-\xi^2-3\xi-1}{5} & \frac{-\xi^3+2\xi^2-\xi}{5} & \frac{2\xi^3-2\xi^2-2\xi+2}{5} \\ \frac{3\xi^3+\xi+1}{5} & \frac{2\xi^3+3\xi^2+3\xi+2}{5} & \frac{4\xi^2+2\xi+4}{5} \\ \frac{2\xi^3+\xi^2+2\xi}{5} & \frac{-\xi^3-2\xi-2}{5} & \frac{-2\xi^3-2\xi^2-1}{5} \end{pmatrix}$
$\chi_{[3,1,1]}(\sigma)$	0	0

σ	(124)	(153)
$\rho_{[3,1,1]}(\sigma)$	$\begin{pmatrix} \frac{\xi^3-2\xi^2+\xi}{5} & \frac{2\xi^3-\xi-1}{5} & \frac{4\xi^3+4\xi^2+2}{5} \\ \frac{\xi^3+3\xi^2+\xi}{5} & \frac{-3\xi^3-\xi-1}{5} & \frac{4\xi^3+4\xi^2+2}{5} \\ \frac{-2\xi^3-\xi^2-2\xi}{5} & \frac{\xi^3+2\xi+2}{5} & \frac{2\xi^3+2\xi^2+1}{5} \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} \frac{-3\xi^3-\xi-1}{5} & \frac{-2\xi^3-3\xi^2-3\xi-2}{5} & \frac{-4\xi^2-2\xi-4}{5} \\ \frac{\xi^2+3\xi+1}{5} & \frac{\xi^3-2\xi^2+\xi}{5} & \frac{-2\xi^3+2\xi^2+2\xi-2}{5} \\ \frac{-2\xi^3-\xi^2-2\xi}{5} & \frac{\xi^3+2\xi+2}{5} & \frac{2\xi^3+2\xi^2+1}{5} \end{pmatrix}$
$\chi_{[3,1,1]}(\sigma)$	0	0

σ	(253)	(134)
$\rho_{[3,1,1]}(\sigma)$	$\begin{pmatrix} \frac{-3\xi^3-\xi-1}{5} & \frac{\xi^3+3\xi^2+\xi}{5} & \frac{4\xi^3+4\xi^2+2}{5} \\ \frac{2\xi^3-\xi-1}{5} & \frac{\xi^3-2\xi^2+\xi}{5} & \frac{4\xi^3+4\xi^2+2}{5} \\ \frac{\xi^3+2\xi+2}{5} & \frac{-2\xi^3-\xi^2-2\xi}{5} & \frac{2\xi^3+2\xi^2+1}{5} \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} \frac{\xi^3-2\xi^2+\xi}{5} & \frac{\xi^2+3\xi+1}{5} & \frac{-2\xi^3+2\xi^2+2\xi-2}{5} \\ \frac{-2\xi^3-3\xi^2-3\xi-2}{5} & \frac{-3\xi^3-\xi-1}{5} & \frac{-4\xi^2-2\xi-4}{5} \\ \frac{\xi^3+2\xi+2}{5} & \frac{-2\xi^3-\xi^2-2\xi}{5} & \frac{2\xi^3+2\xi^2+1}{5} \end{pmatrix}$
$\chi_{[3,1,1]}(\sigma)$	0	0

σ	(345)	(152)
$\rho_{[3,1,1]}(\sigma)$	$\begin{pmatrix} \frac{-\xi^2-3\xi-1}{5} & \frac{3\xi^3+\xi+1}{5} & \frac{4\xi^3+2\xi^2+4\xi}{5} \\ \frac{-\xi^3+2\xi^2-\xi}{5} & \frac{2\xi^3+3\xi^2+3\xi+2}{5} & \frac{-2\xi^3-4\xi-4}{5} \\ \frac{\xi^3-\xi^2-\xi+1}{5} & \frac{2\xi^2+\xi+2}{5} & \frac{-2\xi^3-2\xi^2-1}{5} \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} \frac{2\xi^3+3\xi^2+3\xi+2}{5} & \frac{-\xi^2+2\xi-1}{5} & \frac{-4\xi^3-4\xi^2-2}{5} \\ \frac{-3\xi^3-2\xi^2-2\xi-3}{5} & \frac{-\xi^2-3\xi-1}{5} & \frac{-4\xi^3-4\xi^2-2}{5} \\ \frac{\xi^3-\xi^2-\xi+1}{5} & \frac{2\xi^2+\xi+2}{5} & \frac{-2\xi^3-2\xi^2-1}{5} \end{pmatrix}$
$\chi_{[3,1,1]}(\sigma)$	0	0

σ	(245)	(143)
$\rho_{[3,1,1]}(\sigma)$	$\left(\begin{array}{ccc} \frac{\xi^3-2\xi^2+\xi}{5} & \frac{-\xi^3-\xi^2+2}{5} & \frac{-4\xi^2-2\xi-4}{5} \\ \frac{-\xi^3-\xi^2+2}{5} & \frac{-3\xi^3-\xi-1}{5} & \frac{-2\xi^3+2\xi^2+2\xi-2}{5} \\ \frac{-2\xi^2-\xi-2}{5} & \frac{-\xi^3+\xi^2+\xi-1}{5} & \frac{2\xi^3+2\xi^2+1}{5} \end{array} \right)$	$\left(\begin{array}{ccc} \frac{-3\xi^3-\xi-1}{5} & \frac{\xi^2+3\xi+1}{5} & \frac{-4\xi^3-2\xi^2-4\xi}{5} \\ \frac{-2\xi^3-3\xi^2-3\xi-2}{5} & \frac{\xi^3-2\xi^2+\xi}{5} & \frac{2\xi^3+4\xi+4}{5} \\ \frac{-2\xi^2-\xi-2}{5} & \frac{-\xi^3+\xi^2+\xi-1}{5} & \frac{2\xi^3+2\xi^2+1}{5} \end{array} \right)$
$\chi_{[3,1,1]}(\sigma)$	0	0

σ	(235)	(142)
$\rho_{[3,1,1]}(\sigma)$	$\left(\begin{array}{ccc} \frac{\xi^3-2\xi^2+\xi}{5} & \frac{\xi^3+3\xi^2+\xi}{5} & \frac{-4\xi^3-2\xi^2-4\xi}{5} \\ \frac{2\xi^3-\xi-1}{5} & \frac{-3\xi^3-\xi-1}{5} & \frac{2\xi^3+4\xi+4}{5} \\ \frac{2\xi^3+2\xi^2+1}{5} & \frac{2\xi^3+2\xi^2+1}{5} & \frac{2\xi^3+2\xi^2+1}{5} \end{array} \right)$	$\left(\begin{array}{ccc} \frac{-3\xi^3-\xi-1}{5} & \frac{2\xi^3-\xi-1}{5} & \frac{2\xi^3+4\xi+4}{5} \\ \frac{\xi^3+3\xi^2+\xi}{5} & \frac{\xi^3-2\xi^2+\xi}{5} & \frac{-4\xi^3-2\xi^2-4\xi}{5} \\ \frac{2\xi^3+2\xi^2+1}{5} & \frac{2\xi^3+2\xi^2+1}{5} & \frac{2\xi^3+2\xi^2+1}{5} \end{array} \right)$
$\chi_{[3,1,1]}(\sigma)$	0	0

5.3.4 5-cycles

σ	(12345)	(15432)
$\rho_{[3,1,1]}(\sigma)$	$\left(\begin{array}{ccc} \xi^2 & 0 & 0 \\ 0 & \xi^3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{array} \right)$	$\left(\begin{array}{ccc} \xi^3 & 0 & 0 \\ 0 & \xi^2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{array} \right)$
$\chi_{[3,1,1]}(\sigma)$	$\xi^3 + \xi^2 + 1$	$\xi^3 + \xi^2 + 1$

σ	(13524)	(14253)
$\rho_{[3,1,1]}(\sigma)$	$\left(\begin{array}{ccc} -\xi^3 - \xi^2 - \xi - 1 & 0 & 0 \\ 0 & \xi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{array} \right)$	$\left(\begin{array}{ccc} \xi & 0 & 0 \\ 0 & -\xi^3 - \xi^2 - \xi - 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{array} \right)$
$\chi_{[3,1,1]}(\sigma)$	$-\xi^3 - \xi^2$	$-\xi^3 - \xi^2$

σ	(15423)	(13452)
$\rho_{[3,1,1]}(\sigma)$	$\left(\begin{array}{ccc} \frac{-\xi^3-3\xi^2-\xi}{5} & \frac{-\xi^3+2\xi^2-\xi}{5} & \frac{4\xi^3+2\xi^2+4\xi}{5} \\ \frac{3\xi^3+\xi+1}{5} & \frac{-2\xi^3+\xi+1}{5} & \frac{-2\xi^3-4\xi-4}{5} \\ \frac{-2\xi^3-2\xi^2-1}{5} & \frac{-2\xi^3-2\xi^2-1}{5} & \frac{-2\xi^3-2\xi^2-1}{5} \end{array} \right)$	$\left(\begin{array}{ccc} \frac{-2\xi^3+\xi+1}{5} & \frac{3\xi^3+\xi+1}{5} & \frac{-2\xi^3-4\xi-4}{5} \\ \frac{-\xi^3+2\xi^2-\xi}{5} & \frac{-\xi^3-3\xi^2-\xi}{5} & \frac{4\xi^3+2\xi^2+4\xi}{5} \\ \frac{-2\xi^3-2\xi^2-1}{5} & \frac{-2\xi^3-2\xi^2-1}{5} & \frac{-2\xi^3-2\xi^2-1}{5} \end{array} \right)$
$\chi_{[3,1,1]}(\sigma)$	$-\xi^3 - \xi^2$	$-\xi^3 - \xi^2$

σ	(12435)	(14532)
$\rho_{[3,1,1]}(\sigma)$	$\left(\begin{array}{ccc} \frac{-2\xi^3+\xi+1}{5} & \frac{-\xi^2+2\xi-1}{5} & \frac{4\xi^3+2\xi^2+4\xi}{5} \\ \frac{-3\xi^3-2\xi^2-2\xi-3}{5} & \frac{-\xi^3-3\xi^2-\xi}{5} & \frac{-2\xi^3-4\xi-4}{5} \\ \frac{2\xi^2+\xi+2}{5} & \frac{\xi^3-\xi^2-\xi+1}{5} & \frac{-2\xi^3-2\xi^2-1}{5} \end{array} \right)$	$\left(\begin{array}{ccc} \frac{-\xi^3-3\xi^2-\xi}{5} & \frac{\xi^3+\xi^2+3}{5} & \frac{4\xi^2+2\xi+4}{5} \\ \frac{\xi^3+\xi^2+3}{5} & \frac{-2\xi^3+\xi+1}{5} & \frac{2\xi^3-2\xi^2-2\xi+2}{5} \\ \frac{2\xi^2+\xi+2}{5} & \frac{\xi^3-\xi^2-\xi+1}{5} & \frac{-2\xi^3-2\xi^2-1}{5} \end{array} \right)$
$\chi_{[3,1,1]}(\sigma)$	$-\xi^3 - \xi^2$	$-\xi^3 - \xi^2$

σ	(15324)	(14523)
$\rho_{[3,1,1]}(\sigma)$	$\begin{pmatrix} \frac{\xi^2-2\xi+1}{5} & \frac{2\xi^3-\xi-1}{5} & \frac{-4\xi^3-2\xi^2-4\xi}{5} \\ \frac{\xi^3+3\xi^2+\xi}{5} & \frac{3\xi^3+2\xi^2+2\xi+3}{5} & \frac{2\xi^3+4\xi+4}{5} \\ \frac{-\xi^3+\xi^2+\xi-1}{5} & \frac{-2\xi^2-\xi-2}{5} & \frac{2\xi^3+2\xi^2+1}{5} \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} \frac{3\xi^3+2\xi^2+2\xi+3}{5} & \frac{\xi^2+3\xi+1}{5} & \frac{4\xi^3+4\xi^2+2}{5} \\ \frac{-2\xi^3-3\xi^2-3\xi-2}{5} & \frac{\xi^2-2\xi+1}{5} & \frac{4\xi^3+4\xi^2+2}{5} \\ \frac{-\xi^3+\xi^2+\xi-1}{5} & \frac{-2\xi^2-\xi-2}{5} & \frac{2\xi^3+2\xi^2+1}{5} \end{pmatrix}$
$\chi_{[3,1,1]}(\sigma)$	$\xi^3 + \xi^2 + 1$	$\xi^3 + \xi^2 + 1$

σ	(15342)	(13245)
$\rho_{[3,1,1]}(\sigma)$	$\begin{pmatrix} \frac{-\xi^3-3\xi^2-\xi}{5} & \frac{-\xi^2+2\xi-1}{5} & \frac{2\xi^3-2\xi^2-2\xi+2}{5} \\ \frac{-3\xi^3-2\xi^2-2\xi-3}{5} & \frac{-2\xi^3+\xi+1}{5} & \frac{4\xi^2+2\xi+4}{5} \\ \frac{-\xi^3-2\xi-2}{5} & \frac{2\xi^3+\xi^2+2\xi}{5} & \frac{-2\xi^3-2\xi^2-1}{5} \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} \frac{-2\xi^3+\xi+1}{5} & \frac{-\xi^3+2\xi^2-\xi}{5} & \frac{-4\xi^3-4\xi^2-2}{5} \\ \frac{3\xi^3+\xi+1}{5} & \frac{-\xi^3-3\xi^2-\xi}{5} & \frac{-4\xi^3-4\xi^2-2}{5} \\ \frac{-\xi^3-2\xi-2}{5} & \frac{2\xi^3+\xi^2+2\xi}{5} & \frac{-2\xi^3-2\xi^2-1}{5} \end{pmatrix}$
$\chi_{[3,1,1]}(\sigma)$	$-\xi^3 - \xi^2$	$-\xi^3 - \xi^2$

σ	(12543)	(15234)
$\rho_{[3,1,1]}(\sigma)$	$\begin{pmatrix} \frac{-\xi^3-3\xi^2-\xi}{5} & \frac{3\xi^3+\xi+1}{5} & \frac{-4\xi^3-4\xi^2-2}{5} \\ \frac{-\xi^3+2\xi^2-\xi}{5} & \frac{-2\xi^3+\xi+1}{5} & \frac{-4\xi^3-4\xi^2-2}{5} \\ \frac{2\xi^3+\xi^2+2\xi}{5} & \frac{-\xi^3-2\xi-2}{5} & \frac{-2\xi^3-2\xi^2-1}{5} \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} \frac{-2\xi^3+\xi+1}{5} & \frac{-3\xi^3-2\xi^2-2\xi-3}{5} & \frac{4\xi^2+2\xi+4}{5} \\ \frac{-\xi^2+2\xi-1}{5} & \frac{-\xi^3-3\xi^2-\xi}{5} & \frac{2\xi^3-2\xi^2-2\xi+2}{5} \\ \frac{2\xi^3+\xi^2+2\xi}{5} & \frac{-\xi^3-2\xi-2}{5} & \frac{-2\xi^3-2\xi^2-1}{5} \end{pmatrix}$
$\chi_{[3,1,1]}(\sigma)$	$-\xi^3 - \xi^2$	$-\xi^3 - \xi^2$

σ	(13425)	(14352)
$\rho_{[3,1,1]}(\sigma)$	$\begin{pmatrix} \frac{3\xi^3+2\xi^2+2\xi+3}{5} & \frac{-\xi^3-\xi^2+2}{5} & \frac{-4\xi^3-2\xi^2-4\xi}{5} \\ \frac{-\xi^3-\xi^2+2}{5} & \frac{\xi^2-2\xi+1}{5} & \frac{2\xi^3+4\xi+4}{5} \\ \frac{-2\xi^3-\xi^2-2\xi}{5} & \frac{\xi^3+2\xi+2}{5} & \frac{2\xi^3+2\xi^2+1}{5} \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} \frac{\xi^2-2\xi+1}{5} & \frac{\xi^3+3\xi^2+\xi}{5} & \frac{-2\xi^3+2\xi^2+2\xi-2}{5} \\ \frac{2\xi^3-\xi-1}{5} & \frac{3\xi^3+2\xi^2+2\xi+3}{5} & \frac{-4\xi^2-2\xi-4}{5} \\ \frac{-2\xi^3-\xi^2-2\xi}{5} & \frac{\xi^3+2\xi+2}{5} & \frac{2\xi^3+2\xi^2+1}{5} \end{pmatrix}$
$\chi_{[3,1,1]}(\sigma)$	$\xi^3 + \xi^2 + 1$	$\xi^3 + \xi^2 + 1$

σ	(15243)	(14235)
$\rho_{[3,1,1]}(\sigma)$	$\begin{pmatrix} \frac{\xi^2-2\xi+1}{5} & \frac{-\xi^3-\xi^2+2}{5} & \frac{2\xi^3+4\xi+4}{5} \\ \frac{-\xi^3-\xi^2+2}{5} & \frac{3\xi^3+2\xi^2+2\xi+3}{5} & \frac{-4\xi^3-2\xi^2-4\xi}{5} \\ \frac{\xi^3+2\xi+2}{5} & \frac{-2\xi^3-\xi^2-2\xi}{5} & \frac{2\xi^3+2\xi^2+1}{5} \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} \frac{3\xi^3+2\xi^2+2\xi+3}{5} & \frac{2\xi^3-\xi-1}{5} & \frac{-4\xi^2-2\xi-4}{5} \\ \frac{\xi^3+3\xi^2+\xi}{5} & \frac{\xi^2-2\xi+1}{5} & \frac{-2\xi^3+2\xi^2+2\xi-2}{5} \\ \frac{\xi^3+2\xi+2}{5} & \frac{-2\xi^3-\xi^2-2\xi}{5} & \frac{2\xi^3+2\xi^2+1}{5} \end{pmatrix}$
$\chi_{[3,1,1]}(\sigma)$	$\xi^3 + \xi^2 + 1$	$\xi^3 + \xi^2 + 1$

σ	(12354)	(14325)
$\rho_{[3,1,1]}(\sigma)$	$\begin{pmatrix} \frac{-2\xi^3+\xi+1}{5} & \frac{\xi^3+\xi^2+3}{5} & \frac{2\xi^3-2\xi^2-2\xi+2}{5} \\ \frac{\xi^3+\xi^2+3}{5} & \frac{-\xi^3-3\xi^2-\xi}{5} & \frac{4\xi^2+2\xi+4}{5} \\ \frac{\xi^3-\xi^2-\xi+1}{5} & \frac{2\xi^2+\xi+2}{5} & \frac{-2\xi^3-2\xi^2-1}{5} \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} \frac{-\xi^3-3\xi^2-\xi}{5} & \frac{-3\xi^3-2\xi^2-2\xi-3}{5} & \frac{-2\xi^3-4\xi-4}{5} \\ \frac{-\xi^2+2\xi-1}{5} & \frac{-2\xi^3+\xi+1}{5} & \frac{4\xi^3+2\xi^2+4\xi}{5} \\ \frac{\xi^3-\xi^2-\xi+1}{5} & \frac{2\xi^2+\xi+2}{5} & \frac{-2\xi^3-2\xi^2-1}{5} \end{pmatrix}$
$\chi_{[3,1,1]}(\sigma)$	$-\xi^3 - \xi^2$	$-\xi^3 - \xi^2$

σ	(12534)	(13542)
$\rho_{[3,1,1]}(\sigma)$	$\begin{pmatrix} \frac{3\xi^3+2\xi^2+2\xi+3}{5} & \frac{\xi^3+3\xi^2+\xi}{5} & \frac{2\xi^3+4\xi+4}{5} \\ \frac{2\xi^3-\xi-1}{5} & \frac{\xi^2-2\xi+1}{5} & \frac{-4\xi^3-2\xi^2-4\xi}{5} \\ \frac{-2\xi^2-\xi-2}{5} & \frac{-\xi^3+\xi^2+\xi-1}{5} & \frac{2\xi^3+2\xi^2+1}{5} \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} \frac{\xi^2-2\xi+1}{5} & \frac{-2\xi^3-3\xi^2-3\xi-2}{5} & \frac{4\xi^3+4\xi^2+2}{5} \\ \frac{\xi^2+3\xi+1}{5} & \frac{3\xi^3+2\xi^2+2\xi+3}{5} & \frac{4\xi^3+4\xi^2+2}{5} \\ \frac{-2\xi^2-\xi-2}{5} & \frac{-\xi^3+\xi^2+\xi-1}{5} & \frac{2\xi^3+2\xi^2+1}{5} \end{pmatrix}$
$\chi_{[3,1,1]}(\sigma)$	$\xi^3 + \xi^2 + 1$	$\xi^3 + \xi^2 + 1$

σ	(12453)	(13254)
$\rho_{[3,1,1]}(\sigma)$	$\begin{pmatrix} \frac{3\xi^3+2\xi^2+2\xi+3}{5} & \frac{-2\xi^3-3\xi^2-3\xi-2}{5} & \frac{-2\xi^3+2\xi^2+2\xi-2}{5} \\ \frac{\xi^2+3\xi+1}{5} & \frac{\xi^2-2\xi+1}{5} & \frac{-4\xi^2-2\xi-4}{5} \\ \frac{2\xi^3+2\xi^2+1}{5} & \frac{2\xi^3+2\xi^2+1}{5} & \frac{2\xi^3+2\xi^2+1}{5} \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} \frac{\xi^2-2\xi+1}{5} & \frac{\xi^2+3\xi+1}{5} & \frac{-4\xi^2-2\xi-4}{5} \\ \frac{-2\xi^3-3\xi^2-3\xi-2}{5} & \frac{3\xi^3+2\xi^2+2\xi+3}{5} & \frac{-2\xi^3+2\xi^2+2\xi-2}{5} \\ \frac{2\xi^3+2\xi^2+1}{5} & \frac{2\xi^3+2\xi^2+1}{5} & \frac{2\xi^3+2\xi^2+1}{5} \end{pmatrix}$
$\chi_{[3,1,1]}(\sigma)$	$\xi^3 + \xi^2 + 1$	$\xi^3 + \xi^2 + 1$

6 Partition de type $[2, 2, 1]$

La représentation $\rho_{[2,2,1]}$, restreinte à \mathfrak{A}_5 est isomorphe à $\rho_{[3,2]}$: on le vérifie en faisant les calculs et en comparant les caractères.

7 Partition de type $[2, 1, 1, 1]$

La représentation $\rho_{[2,1,1,1]}$, restreinte à \mathfrak{A}_5 est isomorphe à $\rho_{[4,1]}$: on le vérifie en faisant les calculs et en comparant les caractères.

8 Partition de type $[1, 1, 1, 1, 1]$

La représentation $\rho_{[1,1,1,1,1]}$, qui correspond à la signature, restreinte à \mathfrak{A}_5 est isomorphe à la représentation triviale.

Références

[FH91] William Fulton and Joe Harris. *Representation theory*, volume 129 of *Graduate Texts in Mathematics*. Springer-Verlag, New York, 1991. A first course, Readings in Mathematics.